

Código da Prova 7000

Data 27 de março de 2015

Duração da Prova: 150 minutos.

11 Páginas



Declaro que desisti da realização da prova

NÚMERO DO DOCUMENTO DE IDENTIFICAÇÃO



ASSINATURA (CONFORME DOCUMENTO DE IDENTIFICAÇÃO)

RUBRICA DO VIGILANTE

INSTRUÇÕES DE PREENCHIMENTO

Utilize caneta ou esferográfica de tinta preta indelével.

Não é permitido o uso de corretor.

Marque com um X a sua resposta:

Para anular uma resposta:

Para revalidar uma resposta:

RESPOSTAS AOS ITENS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

- | | |
|---|--|
| 1. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 16. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 2. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 17. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 3. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 18. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 4. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 19. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 5. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 20. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 6. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 21. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 7. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 22. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 8. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 23. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 9. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 24. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 10. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 25. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 11. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 26. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 12. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 27. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 13. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 28. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 14. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 29. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |
| 15. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> | 30. .. (A) <input type="checkbox"/> (B) <input type="checkbox"/> (C) <input type="checkbox"/> (D) <input type="checkbox"/> |

Para tornar menos morosa a realização da prova, é-lhe fornecida uma cópia da folha de registo das respostas aos itens de escolha múltipla. No entanto, caso a utilize, terá de transcrever as respostas aí registadas para a folha de rosto do caderno da prova. Para esse efeito, dispõe de 10 minutos suplementares após a conclusão da prova (*Guia da Prova*, Capítulo IV, B-11).

Como material de escrita, só pode ser usada caneta ou esferográfica de tinta indelével preta.

Não é permitido o uso de qualquer tipo de calculadora.

As respostas são registadas na folha própria para o efeito.

Só são consideradas as respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta.

A prova é constituída por 30 itens de escolha múltipla.

A prova é classificada numa escala de 0 a 100 pontos.

Página em branco

Página em branco

Item 1

1. Qual das designações seguintes é equivalente a $\frac{6\sqrt{20}}{2}$?

(A) $3\sqrt{5}$

(B) $3\sqrt{10}$

(C) $6\sqrt{5}$

(D) $6\sqrt{10}$

Item 2

2. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\forall a \in \mathbb{R}, \sqrt{a^2} = a$

(B) $\forall a \in \mathbb{R}, a^2 \geq a$

(C) $\forall a, b \in \mathbb{R}, ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$

(D) $\forall a, b \in \mathbb{R}, |a + b| = |a| + |b|$

Item 3

3. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A soma de dois números racionais pode ser irracional.

(B) A soma de dois números irracionais pode ser racional.

(C) O produto de dois números racionais pode ser irracional.

(D) O produto de dois números irracionais é sempre irracional.

Item 4

4. Qual dos conjuntos seguintes pode ser o contradomínio de uma função de domínio \mathbb{N} ?

(A) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

(B) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$

(C) \mathbb{Q}

(D) \mathbb{R}

Item 5

5. No espaço,

(A) três retas paralelas definem sempre um plano.

(B) três retas distintas nunca definem um plano.

(C) duas retas não paralelas nunca definem um plano.

(D) duas retas concorrentes definem sempre um plano.

Item 6

6. Em qual dos casos seguintes podemos garantir que T_1 e T_2 são dois triângulos semelhantes?
- (A) T_1 e T_2 são triângulos retângulos cujas hipotenusas têm o mesmo comprimento.
- (B) T_1 e T_2 são triângulos isósceles.
- (C) As medidas dos lados de T_1 são $\sqrt{2}$, 3 e 2, e as medidas dos lados de T_2 são 2, $3\sqrt{2}$ e $2\sqrt{2}$.
- (D) As amplitudes dos ângulos internos de T_1 são 50° , 60° e 70° e as amplitudes dos ângulos internos de T_2 são 20° , 60° e 100° .

Item 7

7. Um prisma pentagonal regular e uma pirâmide pentagonal regular têm o mesmo volume e a mesma altura. A aresta da base da pirâmide tem comprimento igual a $\sqrt{12}$.

Qual é o comprimento da aresta da base do prisma?

- (A) 2 (B) 3 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

Item 8

8. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A) Numa pirâmide, o número de arestas pode ser ímpar.
- (B) Em qualquer pirâmide, o número de faces é igual ao número de vértices.
- (C) Em qualquer pirâmide, o número de vértices é ímpar.
- (D) Numa pirâmide, o número de arestas pode ser o dobro do número de faces.

Item 9

9. Num referencial o. n. $Oxyz$, considere o plano α e a reta r , definidos, respetivamente, pelas condições seguintes: $\frac{x}{2} + 2y + z = 5$ e $2x + 4 = \frac{y-1}{2} = z - 4$

Qual é a posição relativa do plano α e da reta r ?

- (A) A reta é perpendicular ao plano.
- (B) A reta está contida no plano.
- (C) A reta é estritamente paralela ao plano.
- (D) A reta e o plano são concorrentes, mas não são perpendiculares.

Item 10

10. Num referencial o. n. $Oxyz$, considere a superfície esférica

$$\mathcal{E} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 6z - 16 = 0\}$$

e os pontos $A, B \in \mathcal{E}$, com $A = (-3, 2, 1)$. $[AB]$ é um diâmetro de \mathcal{E} .

Quais são as coordenadas do ponto B ?

- (A) $(3, -6, 5)$ (B) $(0, 3, 5)$ (C) $(3, 2, 5)$ (D) $(-6, 5, 3)$

Item 11

11. Um cone de revolução foi truncado por um plano, tendo-se obtido um tronco de cone com altura igual a 3.

Neste tronco de cone, a razão entre as áreas da base menor e da base maior é igual a $\frac{1}{36}$.

Qual é a altura do cone inicial?

- (A) $\frac{108}{35}$ (B) $\frac{18}{5}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{6\sqrt{2}-1}$ (D) $\frac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1}$

Item 12

12. Sabe-se que (u_n) é uma sucessão convergente para 3 e que $f: \mathbb{R} \rightarrow [1, +\infty[$ é uma função contínua.

Qual o valor de $\lim (f(u_{5n}) - f(u_{2n+1}))$?

- (A) $f(0)$ (B) 0 (C) $f(3)$ (D) 3

Item 13

13. Considere a sucessão de termo geral $u_n = n \ln(n+1) - n \ln(n)$.

Qual é o valor de $\lim u_n$?

- (A) 0 (B) 1 (C) e (D) $\frac{1}{e}$

Item 14

14. Seja (u_n) uma sucessão de termos positivos tal que $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$.

O conjunto dos termos dessa sucessão

- (A) tem mínimo e tem supremo.
(B) tem mínimo mas não tem supremo.
(C) tem máximo e tem ínfimo.
(D) tem máximo mas não tem ínfimo.

Item 15

15. Se $a = \log_{10} 900$, qual das igualdades seguintes é **falsa**?

(A) $a = 2 + \log_{10} 9$

(B) $a = 1 + \log_{10} 890$

(C) $a = 2 \times \log_{10} 30$

(D) $a = \log_{10} 45 + \log_{10} 20$

Item 16

16. Considere as funções f e g , de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = e^{-x}$ e por $g(x) = e^x$.

Selecione a opção correta.

(A) f tem mínimo absoluto.

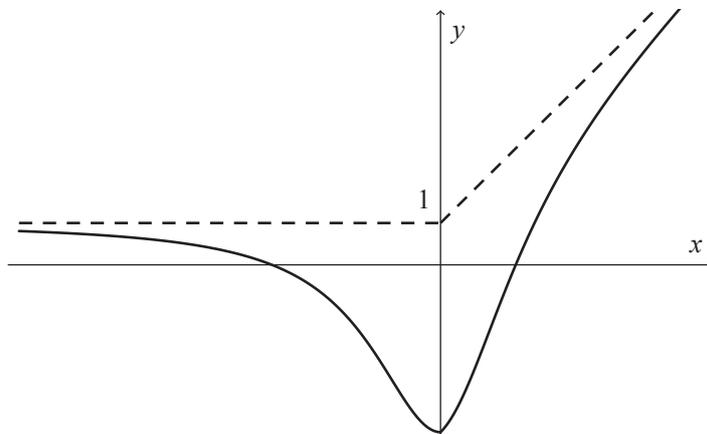
(B) $f+g$ tem máximo absoluto.

(C) g tem máximo absoluto.

(D) $f \times g$ tem mínimo absoluto.

Item 17

17. Na figura seguinte, estão representados o gráfico de uma função f , contínua em \mathbb{R} , e as duas assíntotas desse gráfico. Uma das assíntotas é paralela ao eixo Ox e a outra é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.



Qual das afirmações seguintes é **falsa**?

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{f(x)} = 1$

(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-e^x}{f(x)} = -1$

(C) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\ln x} = 0$

Item 18

18. Considere as funções f e g , de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = -x + 1$ e por $g(x) = x + 1$.

Seja P o ponto de interseção dos gráficos das funções f e g .

Quais são as coordenadas da imagem do ponto $(2, 3)$ obtida pela rotação de centro em P e amplitude 90° ?

- (A) $(-2, 3)$ (B) $(3, 2)$ (C) $(-3, 3)$ (D) $(-3, 2)$

Item 19

19. Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções deriváveis tais que $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$, $g(3) = 4$, $g'(1) = 5$ e $g'(2) = 6$. Considere a função definida por $m(x) = g(f(x))$.

Qual é o valor de $m'(1)$?

- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18

Item 20

20. Num referencial o. n. Oxy , considere a curva C de equação $y = \ln(x^3 + 1)$.

Qual das equações seguintes representa a curva simétrica de C relativamente à reta de equação $y = x$?

- (A) $y = e^{x^3 + 1}$ (B) $y = \frac{1}{\ln(x^3 + 1)}$
(C) $y = \sqrt[3]{e^x - 1}$ (D) $y = \frac{3x^2}{x^3 + 1}$

Item 21

21. Sejam I um intervalo de números reais e $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua.

Podemos garantir que

- (A) se I é um intervalo aberto e limitado então $f(I)$ é um intervalo aberto.
(B) se I é um intervalo limitado e fechado, então $f(I)$ é um intervalo limitado e fechado.
(C) se I é um intervalo limitado, então $f(I)$ é um intervalo limitado.
(D) se $f(I)$ é um intervalo limitado, então I é um intervalo limitado.

Item 22

22. Qual das expressões seguintes define uma função maior do que zero no seu domínio?

- (A) $\sin(\cos(\operatorname{tg} x))$ (B) $\sin(e^x + x^2)$ (C) $\cos(e^x + x^2)$ (D) $\cos(\sin(\operatorname{tg} x))$

Item 23

23. A média aritmética das alturas dos 30 alunos de uma turma é 170 cm. A média aritmética das alturas das 20 raparigas dessa turma é 167 cm. Qual é, em cm, a média aritmética das alturas dos rapazes da turma?

- (A) 173 (B) 176 (C) 179 (D) 182

Item 24

24. Considere a experiência aleatória que consiste em lançar cinco vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e observar em cada lançamento a face que fica voltada para cima.

O acontecimento contrário de «saírem cinco faces iguais» é

- (A) saírem cinco faces diferentes.
(B) saírem, pelo menos, quatro faces iguais.
(C) saírem, no máximo, quatro faces iguais.
(D) saírem exatamente quatro faces iguais.

Item 25

25. De um saco com 16 bolas numeradas de 1 a 16 extraem-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas.

Qual é a probabilidade do produto dos números saídos ser um número primo?

- (A) $\frac{3}{128}$ (B) $\frac{1}{40}$ (C) $\frac{3}{64}$ (D) $\frac{1}{20}$

Item 26

26. Quais das afirmações seguintes são verdadeiras, em qualquer espaço de probabilidade $[\Omega, \mathcal{A}, P]$ e para quaisquer acontecimentos E e $F \in \mathcal{A}$?

- (I) $P(E) < P(F) \Rightarrow E \subset F$
(II) $P(E) = 0 \Rightarrow E = \emptyset$
(III) $P(E) = 1 - P(F) \Rightarrow E$ e F são acontecimentos contrários.

- (A) Nenhuma. (B) Apenas a (II).
(C) Apenas a (I) e a (III). (D) Todas.

Item 27

27. Considere um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa mede $\sqrt{72}$. Escolhe-se ao acaso um ponto R no interior do triângulo. A probabilidade de R pertencer a uma região contida no interior do triângulo é diretamente proporcional à área dessa região.

Sejam, x um número real e A o acontecimento «a distância de R a cada vértice é superior a x ». Sabe-se que a probabilidade de A é $\frac{1}{3}$.

Qual é o valor de x ?

- (A) $2\sqrt{\frac{6}{\pi}}$ (B) $\sqrt{\frac{6}{\pi}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{3}\pi}$ (D) $\frac{1}{\pi}$

Item 28

28. Seja $z = \rho \operatorname{cis}\left(\frac{20\pi}{11}\right)$ um número complexo ($\rho \in \mathbb{R}^+$).

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) $\operatorname{Re}(z) > 0$ e $\operatorname{Im}(z) > 0$ (B) $\operatorname{Re}(z) > 0$ e $\operatorname{Im}(z) < 0$
(C) $\operatorname{Re}(z) < 0$ e $\operatorname{Im}(z) < 0$ (D) $\operatorname{Re}(z) < 0$ e $\operatorname{Im}(z) > 0$

Item 29

29. Qual é o menor valor de $n \in \mathbb{N}$ tal que $(1 - \sqrt{3}i)^n \in \mathbb{R}_0^+$?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

Item 30

30. A representação do número

$$\frac{2 \operatorname{cis}(\pi) \left(\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right) \right)}{1056 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

no plano complexo encontra-se no

- (A) 1.º quadrante. (B) 2.º quadrante.
(C) 3.º quadrante. (D) 4.º quadrante.

FIM

Página em branco

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E CAPACIDADES
COMPONENTE ESPECÍFICA — MATEMÁTICA NÍVEL 2 (7000)